variabile statistica continua X

$$\left.\begin{array}{ll} \text{primo interv.} & [0,1) \\ \text{frequenza} & 0.3\times(1-0)=0.3 \end{array}\right\} \Rightarrow 0.3\times(q_1-0)=0.25 \Rightarrow q_1=0.833$$

3. (Totale punti 5) Ad $n=3$ abbonati di una rivista estratti a caso verrà chiesto se intendano rinnovare l'abbonamento per il prossimo mese.

a. (Punti 3) Sapendo che la probabilità che un abbonato della rivista intenda rinnovare l'abbonamento è una costante $p=0.8$, determinare la probabilità che $x=1$ abbonati su tre estratti a caso intenda rinnovare l'abbonamento.

$$p(3)=\binom{3}{1}(0.8)^1 0.2=3\times0.16=0.48$$

b. (Punti 2) Sapendo che il prezzo dell'abbonamento è di 5 euro, determinare i valori possibili y (in euro) dell'incasso totale Y della rivista per gli abbonamenti del prossimo mese con riferimento a tre intervistati estratti a caso di cui sopra.

$$\begin{array}{lcccc} \text{numero di abbonati possibili } x \Rightarrow & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \text{fatturato totale possibile } y=5x \Rightarrow & 0 & 5 & 10 & 15 \end{array}$$

4. (Punti 2) Si consideri la quantità aleatoria $Y=e^R$ con $R\sim N(\mu_R=0.04;\sigma_R^2=0.04)$. E' noto che Y è una quantità aleatoria logonormale con parametri μ_R e σ_R^2, ovvero $Y\sim LN(\mu_R;\sigma_R^2)$. Si considerino le seguenti equaglianze: $P(Y<1)=P(R<?)=P(N(0;1)<!)$

Cosa bisogna scrivere rispettivamente al posto del punto interrogativo e di quello esclamativo affichè le due eguaglianze siano vere?

$$?=\ln 1=0,\quad !=\frac{\ln 1-\mu_R}{\sigma_R}=\frac{\ln 1-0.04}{0.2}=-0.2$$

5. (Punti 3) Il rendimento R del titolo azionario dell'azienda AZ Spa in un certo intervallo di tempo $(0,t]$ è una quantità aleatoria normale con valore atteso $\mu_R=0.04$ e varianza $\sigma_R^2=0.04$. Determinare il valore numerico della seguente probabilità: $P(R\le0.08)$

$$P(R\le0.08)=P\left(N(0;1)\le\tfrac{0.08-\mu_R}{\sigma_R}\right)=$$
$$=P(N(0;1)\le\tfrac{0.08-0.04}{0.2})=P(N(0;1)\le0.2)=0.579$$

6. (Totale punti 6)

a. (Punti 2) La relazione tra le variabili aleatorie Y e X è: $Y=\frac{1}{2}X-1$. Determinare $E(Y)$ sapendo che $E(X)=2$.

$$E(Y)=\frac{1}{2}E(X)-1=\frac{1}{2}2-1=0$$

b. (Punti 2) La relazione tra le variabili aleatorie W e S è: $W=-2S+1$. Determinare $V(W)$ sapendo che $V(S)=0.21$.

$$V(W)=(-2)^2V(S)=4\times0.21=0.84$$

c. (Punti 2) Della variabile aleatoria W di cui in (b) determinare i valori possibili w e la loro probabilità $p_W(w)$ sapendo che $S\sim Be(0.3)$

$$w=-2s+1=\begin{cases} 1 & s=0 \\ -1 & s=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_W(1)=p_S(0)=1-0.3=0.7 \\ p_W(-1)=p_S(1)=0.3 \end{cases}$$

7. (Totale punti 4) Il vettore aleatorio (X,Y) ha la seguente funzione di probabilità congiunta

$$p_{XY}(x,y)=\begin{cases} \frac{1}{27} & (x,y)=(0,0) \\ \frac{8}{27} & (x,y)=(0,1),(1,0) \\ \frac{10}{27} & (x,y)=(1,1) \\ 0 & \textit{altrove} \end{cases}$$

a. (Punti 2) Determinare il valore numerico della seguente probabilità: $P(X = 1)$.

$$P(X = 1) = p_{XY}(1,0) + p_{XY}(1,1) = \frac{8}{27} + \frac{10}{27} = \frac{18}{27} = \frac{2}{3} = 0.667$$

b. (Punti 2) Determinare il valore numerico della seguente probabilità: $P(S = 2)$ dove $S = g(X, Y) = X + Y$.

$$P(S = 2) = P(X + Y = 2) = p_{XY}(1,1) = \frac{10}{27} = 0.370$$